

Point Cloud + Solid Modeling = BIM

Il mondo delle nuvole di punti, della modellazione 3D, e ovviamente del BIM e non solo, si intersecano in un continuo matematico che è il cuore della modellazione, della computer grafica e dei sistemi avanzati che rappresenteranno da qui a poco l'infinito mondo del Digital Twin, del metaverso e ovviamente delle attività professionali legate alla modellazione Full 3D, che i land surveyor e non solo devono cominciare a capire ed impiegare. Nel presente articolo, uno dei maggiori esperti italiani, insieme ad un collega che opera di fatto in questo mondo, provano a spiegare in maniera semplice, un mondo troppo complesso per essere compreso nella pratica operativa di tutti i giorni. Buona lettura.

Alberto Paoluzzi | Michele Vicentino

Le tecnologie per il **rilievo** sono quelle che nell'ultima decade hanno di fatto alimentato il concetto di **digital twin**, termine con il quale oggi indichiamo la *rappresentazione virtuale digitale di un sistema o prodotto fisico del mondo reale: il gemello fisico*.

E questo processo di digitalizzazione ha lo scopo di fare in modo che entrambi, modello digitale e fisico, possano essere utilizzati in termini perfettamente sovrapponibili nei workflow dei processi digitali per la gestione, il monitoraggio, la manutenzione, la simulazione degli organismi edilizi, fino alla progettazione degli interventi di recupero o di ristrutturazione.

Con lo sguardo al digital twin, quindi a quanto questo debba essere il più possibile aderente al gemello fisico nelle diverse dimensioni dell'essere, in questo articolo ci poniamo l'obiettivo di analizzare l'utilizzo a questo scopo delle **Point Cloud 3D**, un modello digitale costituito da una *nuvola di punti dello spazio fisico tridimensionale, capace di restituire informazioni geometriche locali di sintesi, e della loro integrazione con metodologie innovative di modellazione solida*.¹

Un primo ed efficace **utilizzo del digital twin** è nell'ambito delle piattaforme BIM (*Building Information Modeling*), strumento (e metodologie) peraltro ad oggi già richiesto dalle normative comunitarie e nazionali per gli appalti pubblici.

Dal loro utilizzo ne risulta una riduzione dei tempi di progettazione e costruzione, una ottimizzazione nella scelta dei materiali e dei sistemi di montaggio, non possibili coi metodi tradizionali, e la gestione di tecniche di industrializzazione in cantiere e persino di robotica in opera. Ed offrono controllo continuo dei costi, produzione automatizzata dei disegni esecutivi e controllo dell'avanzamento dei lavori.

¹La maggiore innovazione consiste nell'uso del concetto topologico algebrico di *complesso di catene* ($C_\bullet$), che relaziona spazi lineari di insiemi di celle (C_p) e operatori lineari di *bordo* e *cobordo* ($\partial_p, \delta_p = \partial_{p+1}^\top$):

$$C_\bullet = (C_p, \partial_p) := C_3 \xrightarrow[\partial_3]{\delta_2} C_2 \xrightarrow[\partial_2]{\delta_1} C_1 \xrightarrow[\partial_1]{\delta_0} C_0.$$

Il complesso di catene caratterizza completamente la topologia della partizione dello spazio indotta da qualunque collezione di oggetti geometrici solidi.

Dal punto di vista della R&S, è prossima all'orizzonte l'integrazione di tecnologie ormai consolidate come la gestione, manipolazione e visualizzazione delle point cloud [1], con tecniche avanzate di specifica di geometrie solide basate su metodologie matematiche [2, 3, 4] (algebra lineare sparsa e topologia algebrica), fortemente innovative per i processi di sviluppo dei modelli digitali 3D, in forme altamente automatizzate e in termini congruenti con le soluzioni costruttive adottate nel settore delle costruzioni.

Questa integrazione consente di trasferire i dati visuali di un rilievo, in particolare la geometria e lo stato delle finiture e della struttura, in un sistema BIM (Building Information Modeling), nella quale la geometria e la topologia algebrica vanno a specificare le prime tre dimensioni della forma spaziale del *building information model*.

Come sappiamo, l'approccio concettuale BIM è rendere efficace e percorribile, in modo organico nel tempo e nello spazio, il supporto dei processi di ristrutturazione trasformativa anche strutturale, quando si parte dallo stato esistente. E a maggior ragione quando si parte dal nuovo, ovvero quando occorra calare un'idea progettuale nel contesto e specificarla in modalità operative. In particolare, operando sul patrimonio esistente, si pone la necessità di trasferire alcuni aspetti della realtà fisica nel modello, o meglio ancora, nei modelli digitali necessari a supportare i processi informativi e operativi del settore economico AEC (*Architecture, Engineering, and Construction*).

In ambito edilizio, quindi, le piattaforme BIM integrano intorno alla ossatura geometrica dell'organismo edilizio le **informazioni relative ai materiali da costruzione, ai costi unitari, ai sistemi tecnologici integrati** (HVAC: riscaldamento, ventilazione e di aria condizionata; agli impianti di cura per un ospedale; agli impianti di produzione per una fabbrica; etc.), come pure le **sequenze di montaggio in opera, fino ai processi di gestione e manutenzione**.

Il BIM, inoltre, integra in modo concettualmente nativo i *workflow di progettazione collaborativa*, dove i diversi team di specialisti (dell'architettura, del calcolo statico o termico, degli impianti e dei computi di tempi e costi) integrano le competenze specifiche, in particolare nei progetti di edilizia a grande valore aggiunto e/o con finalità trasformative del tessuto urbano, soprattutto nelle aree centrali delle grandi metropoli.

Point Cloud 3D e Alberi Potree

Una **point cloud 3D** è un insieme di punti dello spazio tridimensionale con associate proprietà di colore, in alcuni casi di dettagli fotografici o di classificazione (terreno, vegetazione, costruzioni, ecc.).

È il risultato di un campionamento regolare di ambienti, attraverso punti rilevati sulle superfici visibili, prodotti da scanner LiDAR o da un workflow fotogrammetrico.

Sono usati per creare modelli realistici di elementi culturali (quadri, statue, facciate di edifici storici), come anche per creare scenari foto-realistici per applicazioni di visualizzazione, animazione e rendering nelle industrie dell'intrattenimento.

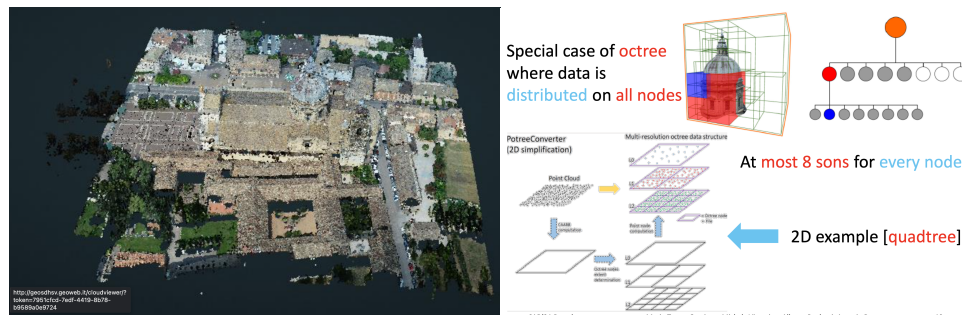


Figura 1: (a) Nuvola di punti 3D ottenuta dalla integrazione di rilievi da TLS e da elaborazioni fotogrammetriche acquisite con drone; (a) la struttura spaziale di un potree 3D e una esemplificazione 2D.

Per gestire e analizzare dataset normalmente di enormi dimensioni (centinaia di milioni di punti, o più) è necessario utilizzare tecniche informatiche out-of-core basate su speciali **alberi potree** [1] di partizione dello spazio, con nodi non-foglia suddivisi da tre piani mutuamente ortogonali in otto regioni parallelepipedo (cfr. Figura 1b).

Ogni nodo dell'albero, inclusa la radice, contiene un insieme regolare di punti e fornisce, durante una visita (traversal) in profondità, un sottoinsieme di punti sempre più accurato, insistente sulle superfici contenute in una regione spaziale sempre più ristretta.

Un Metodo Innovativo di Solid Modeling

Il **Solid Modeling**, sottoinsieme tematico della *Computer Graphics*, è stato concepito dagli ingegneri come un linguaggio rigoroso e universale per l'*ingegneria basata sulla geometria*.

Matematicamente, tutti i modelli solidi sono **rappresentazioni al computer** di elementi di un **sistema algebrico** costruito e mantenuto da algoritmi corrispondenti alle operazioni dell'algebra definita.

Mentre questa visione concettuale è largamente accettata come *buona pratica* nelle aree scientifiche della *modellazione geometrica e solida*, non è stata utilizzata direttamente in passato per progettare strutture dati e algoritmi, minando rigore e robustezza dei **sistemi di solid modeling**, e costringendo spesso a inventare (ne esistono molte decine nella letteratura) strutture dati *ad hoc* per i diversi tipi di applicazioni geometriche, e spesso a introdurre negli algoritmi di calcolo approcci di tipo euristico.

Da un punto di vista scientifico, fin dalla fine degli anni '70 — il periodo fondante del settore — furono individuati **due modelli fondamentali** della solidità:

- l'**algebra Booleana CSG** (*Constructive Solid Geometry*) degli *r-set* (insiemi di punti, regolari e semi-analitici) che sono *chiusi* rispetto alle operazioni insiemistiche (*unione, intersezione e differenza*),
- la **topologia algebrica** dei *poliedri cellulari*, che governa le proprietà dei modelli discreti (triangolazioni solide – tetraedri, elementi finiti) e delle **rappresentazioni al**

contorno (*b-reps*) dei poliedri, sia lineari a tratti che curvi.

Poniamo per semplicità (e non solo, come vedremo) che l'input di una sessione di **modellazione** sia un insieme qualunque di oggetti parallelepipedi mutuamente intersecanti e *rappresentati al contorno* dalle sei facce quadrilatere.

Queste le chiameremo 2-celle (o meglio, *2-catene elementari*). Innanzi tutto creiamo con questi oggetti una partizione dello spazio Euclideo 3D, che nel *calcolo discreto* si chiama **arrangement**, intersecando fra loro in tutti i modi possibili le nostre 2-celle.

In generale, avremo costruito un **complesso cellulare** fatto di 3-celle (*solidi*), 2-celle (*poligoni*), 1-celle (*segmenti*) e 0-celle (*punti*). Ai nostri fini lo consideriamo un **complesso di catene**, essendo una *catena qualunque un sottoinsieme di celle* $3 \geq d \geq 0$ di dimensione decrescente (o crescente, nell'altro verso), con **operatori lineari** tra ogni coppia di spazi vettoriali (ovvero lineari) consecutivi.^{1 2 3}

Negli ultimi tempi si è scoperto [4] che il complesso delle 3-celle di un *arrangement* 3D è anche⁴ isomorfo allo spazio C_3 delle 3-catene di una partizione dello spazio $\mathbb{E}^3$, e che **una base di C_3 è fornita dalle colonne della matrice $[\partial_3]$ dell'operatore di bordo**, calcolabile con l'algoritmo TGW (*Topological Gift Wrapping*) a partire [3] dalle matrici note $[\partial_2]$ e $[\partial_1]$., dopo un efficiente *splitting* di tutte le 2-celle.

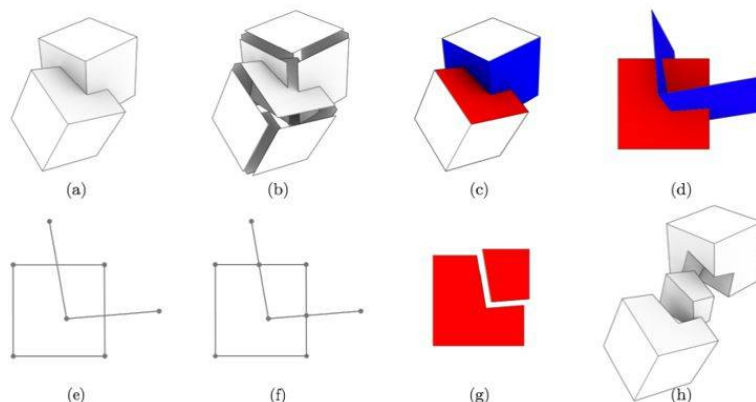


Figura 2: *Rappresentazione del procedimento di calcolo di splitting di 2-catene che conduce all'arrangement 3D e alla identificazione delle 3-catene (solidi atomici) via TGW.*

²Gli operatori sono detti di bordo (∂_d) e di cobordo (δ_d) nei due versi, con la proprietà che la composizione (prodotto) di due operatori consecutivi dia l'operatore nullo.

³Ogni operatore lineare ($\partial_d : C_d \rightarrow C_{d-1}$) si può rappresentare con una matrice di numeri (scalari) quando siano state fissate due basi: negli spazi lineari di partenza e di arrivo. Fissate le basi, ogni spazio di catene resta *parametrizzato*, cioè ogni vettore (*catena*) può essere rappresentato in modo univoco come combinazione lineare della base con scalari opportuni, detti *coordinate* del vettore. Nel nostro caso gli scalari sono $\{0, 1\}$ per le catene non orientate oppure $\{0, 1, -1\}$ per le catene orientate. Ogni catena resta dunque rappresentata dalla (unica) sequenza delle sue coordinate binarie (o ternarie).

⁴Era già noto che il complesso delle n 3-celle di un arrangement è *isomorfo* ad un'algebra finita di insiemi di punti, a sua volta isomorfa all'insieme dei sottoinsiemi di numeri interi tra 1 e n , e quest'ultimo allo insieme di tutte le possibili n -uple di bit, ovvero all'insieme $\{0, 1\}^n$, chiuso rispetto alle operazioni insiemistiche di unione, intersezione e differenza.

- (a) L'insieme di tutte le 3-celle così create **ricopre l'intero spazio**;
- (b) qualunque 3-cella condivide con le adiacenti solo l'insieme delle **2-celle del suo bordo**, che chiameremo *2-catena*.

Infine dobbiamo osservare che le 3-celle dell'arrangement dello spazio sono gli **atomi** (elementi indivisibili) dell'algebra CSG, con cui calcolare (con unioni, intersezioni e differenze) **qualunque formula** comunque complicata dell'algebra stessa. Questo risultato consente di **convertire qualunque espressione** di una algebra solida CSG generata da primitive geometriche (cubi, cilindri, sfere, solidi a forma libera, etc.) in una **corrispondente espressione tra stringhe binarie** di lunghezza n (il numero degli atomi), risolubile bit-a-bit direttamente dal compilatore di un linguaggio numerico avanzato come Julia [5].

Questa tecnica di calcolo si presta perfettamente all'utilizzo delle moderne *piattaforme ibride* dove CPU multicore (decine) vengono integrate con GPU manycore (centinaia o migliaia), *come per le moderne applicazioni AI*, che anche girano su esse.

BIM

Descriviamo nel seguito una metodologia, in corso di implementazione prototipale, per trasformare *point cloud 3D* in *modelli solidi* con semantica all'interno di un ambiente BIM.

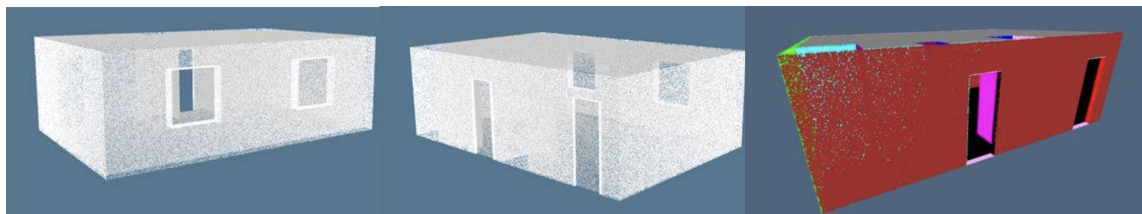


Figura 3: Nuvola di punti 3D di un ambiente completa di scansione interna e esterna; la terza immagine riporta la classificazione per piani.

Partendo dunque dalle **Point Cloud 3D** di un organismo o di un complesso edilizio, che comprendano unitariamente le *superfici interne e esterne*, e utilizzando alberi “duali” dei potree (*covetree*), contenenti nei nodi le **firme** (le equazioni normalizzate) **dei cluster di punti** contenuti nei sottoalberi radicati nei nodi, si possono *ricostruire dei dati geometrici di sintesi*, attraverso una visita opportuna dell'albero – che gli informatici chiamano *post-order traversal*. Questi dati producono gli elementi geometrici costituenti le forme, come *sistemi di equazioni e disequazioni locali* soddisfatte da sottoinsiemi di punti, e in definitiva come 2-celle geometriche (**poligoni**).

Da queste ultime si può calcolare l'**arrangement**, ovvero la partizione 3D indotta dal cloud, ed in particolare l'*insieme di atomi generatori* di qualunque termine ed espressione Booleana nell'algebra così costruita. Resta infine da **assegnare una semantica** ai termini algebrici (cfr. anche [6]).

Gli studi sulla natura funzionale dei componenti fisici di un complesso edilizio hanno generato, a partire dagli anni '80, delle **classificazioni funzionali** dei suoi elementi in: **sotto-**

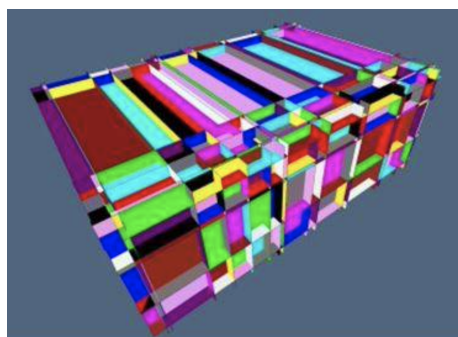


Figura 4: *Arrangement generato delle firme di cluster affini di punti da un covetree di test.*

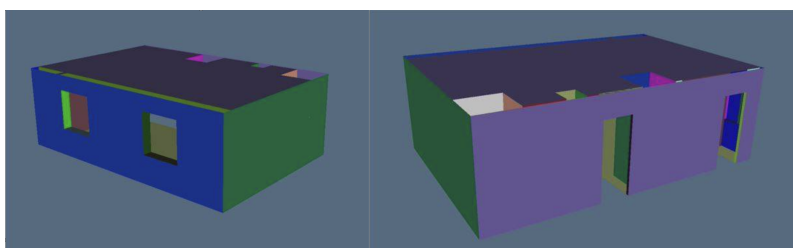


Figura 5: *Risultato della identificazione delle componenti geometriche solide a valle del processo TGW.*

sistemi portanti dell'edificio (l'ossatura), di **chiusura verticale** (le tamponature, gli infissi esterni) e **orizzontale** (i solai di copertura, intermedi e di base), **di partizione dello spazio** (tramezzi e infissi interni) **di comunicazione** (corridoi, ballatoi, ascensori e scale), e **impiantistici**.

Tutti i sottosistemi ed elementi funzionali sono normati a livello UNI ed europeo, in particolare per i **requisiti prestazionali** che debbano garantire rispetto alle caratteristiche statiche (portanza ed autoportanza), termici (isolamento e trasmittanza termica), e di luminosità (trasmittanza luminosa di vetri e infissi), etc..

All'incirca nello stesso periodo nascevano i primi sistemi BIM come evoluzione naturale dei database edilizi [7], soprattutto di edilizia industrializzata attraverso montaggio di componenti a catalogo. Questi per la forza intrinseca dell'enorme mercato mondiale ricevevano grande impulso dalle tecniche di *sviluppo software ad oggetti parametrici* nei primi '2000. Codificavano dunque le **proprietà fisiche insieme a quelle geometriche**, e assemblavano gli elementi fisici usando *strutture informative di grafo gerarchico* tipiche dei sistemi grafici e di animazione [8, 9].

Le interfacce utente troppo complesse e gli alti costi di acquisto riducevano però la velocità di penetrazione dei *sistemi BIM nei mercati AEC*. Oggi la situazione sta cambiando per i ridotti costi dell'hardware e del software e la **disponibilità di manodopera professionale junior**, formata dalle istituzioni educative (facoltà di architettura) con strumenti BIM forniti agli studenti.

Naturalmente, un sistema BIM è in grado di arrecare grandi vantaggi rispetto all'**integra-**

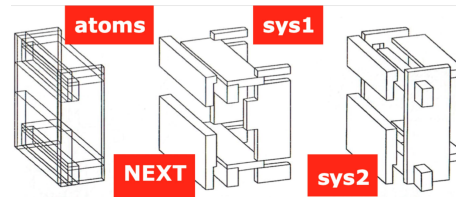


Figura 6: Complesso di atomi dell'algebra CSG generata da volumi parallelepipedi. Due configurazioni del sistema tecnologico generate da formule logiche associate a due ordini di montaggio dei sottosistemi.

zione di geometrie sviluppate indipendentemente dai vari specialisti, in particolare dell'**architettura**, delle **strutture** e degli **impianti**, consentendo lo *sviluppo non sequenziale ma parallelo* dei vari modelli. Sebbene i team di progetto lavorino duramente a **identificare conflitti** prima dell'inizio del cantiere, la possibilità di errori umani è sempre possibile, con la creazione di conflitti tra i progetti virtuali e tra questi e il processo di costruzione. L'applicazione ripetuta del procedimento di calcolo di **topologie compatibili** descritto in precedenza consente una efficace **clash detection**, e di identificare in anticipo potenziali conflitti per *prevenire problemi durante l'esecuzione delle opere*.

Per concludere, si noti che gli *atomi* dell'arrangement combinati con informazioni molto semplici sul sistema di costruzione o di montaggio, quali le sequenze di installazione dei sottosistemi dell'edificio (cfr. Figura 1c), possono generare automaticamente una descrizione globale del sistema costruttivo e la geometria dei componenti. Si tratta di operazioni di **differenza progressiva** [10, 11] a partire dall'ingombro spaziale di atomi e generatori dell'algebra (il *box di coordinamento* del componente), ovvero dai loro *reticoli di coordinamento*, eliminando la fasi più laboriose, lunghe e noiose del lavoro di **specificazione dell'input** da parte del professionista/progettista.

Riferimenti bibliografici

- [1] M. Schütz, "Potree: Rendering large point clouds in web browsers," Ph.D. dissertation, Institute of Computer Graphics and Algorithms, TU Wien, September 2016.
- [2] A. DiCarlo, A. Paoluzzi, and V. Shapiro, "Linear algebraic representation for topological structures," *Comput. Aided Des.*, vol. 46, pp. 269–274, Jan. 2014. [Online]. Available: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cad.2013.08.044>
- [3] A. Paoluzzi, V. Shapiro, A. DiCarlo, F. Furiani, G. Martella, and G. Scorzelli, "Topological computing of arrangements with (co)chains," *ACM Trans. Spatial Algorithms Syst.*, vol. 7, no. 1, Oct. 2020. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1145/3401988>
- [4] A. Paoluzzi, V. Shapiro, A. DiCarlo, G. Scorzelli, and E. Onofri, "Finite algebras for solid modeling using julia's sparse arrays," *Computer-Aided Design*, vol. 155, p. 103436, 2023. [Online]. Available: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0010448522001695>
- [5] J. Bezanson, A. Edelman, S. Karpinski, and V. B. Shah, "Julia: A fresh approach to numerical computing," *SIAM Review*, vol. 59, no. 1, pp. 65–98, 2017. [Online]. Available: <http://julialang.org/assets/research/julia-fresh-approach-BEKS.pdf>
- [6] Z. Chen, E. Che, F. Li, M. J. Olsen, and Y. Turkan, "Web-based deep segmentation of indoor point clouds," *Proceedings of the 36th International Symposium on Automation and Robotics in Construction (ISARC)*, 2019.
- [7] S. Tiwari and H. Craig Howard, "Distributed AEC databases for collaborative design," *Engineering with Computers*, vol. 10, p. 140–154, 1994. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1007/BF01198740>

-
- [8] D. Holzer, *The BIM Manager's Handbook: Guidance for Professionals in Architecture, Engineering, and Construction*. John Wiley & Sons, April 2016.
 - [9] R. Sacks, C. Eastman, and G. Lee, *BIM Handbook: A Guide to Building Information Modeling for Owners, Designers, Engineers, Contractors, and Facility Managers*. Wiley, 2018.
 - [10] A. Paoluzzi, V. Pascucci, and M. Vicentino, "Geometric programming: a programming approach to geometric design," *ACM Trans. Graph.*, vol. 14, no. 3, pp. 266–306, Jul. 1995. [Online]. Available: <http://doi.acm.org/10.1145/212332.212349>
 - [11] A. Paoluzzi, F. Milicchio, G. Scorzelli, and M. Vicentino, "From 2d plans to 3d building models for security modeling of critical infrastructures," *International Journal of Shape Modeling*, vol. 14, no. 1, pp. 61–78, 2008. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1142/S0218654308001063>

0.1 Curriculum Alberto Paoluzzi

Professore ordinario senior di Ingegneria Informatica nei Dipartimenti di Ingegneria Informatica e poi di Matematica e Fisica delle Università degli Studi La Sapienza e Roma Tre (dalla fondazione); negli anni '80 professore associato di Architettura Tecnica alla Sapienza. Premiato nel 2003 con *SUR Award* dalla IBM Corp., con donazione di un intero laboratorio PLM (Product Lifecycle Management); nel 2017 dichiarato *Pioneer of the SMA* (Solid Modeling Association). Autore di oltre 150 articoli scientifici in riviste e congressi internazionali e di tre libri, tra cui *Geometric Programming for Computer-Aided Design* (GP4CAD) pubblicato da Wiley nel 2003. Membro dei comitati editoriali delle riviste: *Computer-Aided Design* e *Computer-Aided Design & Applications*. Web: <https://inf.uniroma3.it/paoluzzi/>